Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model decembrie 2025

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$q=\frac{b_4}{b_3}=3$	**2p**
	$b_1=\frac{1}{3}\Rightarrow S_4=b_1\cdot\frac{q^4-1}{q-1}=\frac{40}{3}$	**3p**
2.	$f(0)=4$	**3p**
	$g(f(0))=g(4)=2025-8=2017$	**2p**
3.	Se notează $2^x=y>0\Rightarrow y^2-9y+8=0$ cu soluțiile $y=1$ și $y=8$	**2p**
	Se obține $x=0$ și $x=3$	**3p**
4.	$T_{k+1}=C_{18}^k\cdot\left(\sqrt{2}\right)^{18-k}\cdot\left(\sqrt[3]{4}\right)^k=C_{18}^k\cdot 2^{\frac{18-k}{2}}\cdot 4^{\frac{k}{3}}=C_{18}^k\cdot 2^{\frac{54-k}{6}}$	**2p**
	$T_{k+1}\in\mathbb{Q}\Leftrightarrow\frac{54-k}{6}\in\mathbb{Q}\Rightarrow k\,\vdots\,6$ și $k\le 18\Rightarrow k\in\{0,6,12,18\}$, deci sunt patru termeni raționali	**3p**
5.	Fie h_A înălțimea dusă din vârful A al triunghiului ABC. $m_{BC}=2\Rightarrow m_{h_A}=-\frac{1}{2}$	**2p**
	Ecuația înălțimii din vârful A este $y+5=-\frac{1}{2}(x-3)\Rightarrow y=\frac{-x-7}{2}$	**3p**
6.	$BC^2=AC^2+AB^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A\Rightarrow BC=\sqrt{19}$	**3p**
	$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{7\sqrt{19}}{38}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	Sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow\det A\neq 0$, unde	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$A=\begin{pmatrix}1 & m & 2\\ 1 & 2m-1 & 3\\ 1 & m & m+3\end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$ $\det A=\begin{vmatrix}1 & m & 2\\ 1 & 2m-1 & 3\\ 1 & m & m+3\end{vmatrix}=m^2-1$ $m^2-1\neq 0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}-\{\pm1\}$	2p
b)	Pentru $m=-1$ sistemul devine $\begin{cases}x-y+2z=1\\ x-3y+3z=1\\ x-y+2z=-3\end{cases}$.	2p
	Din prima și ultima ecuație $\Rightarrow 1\neq -3$, deci sistemul este incompatibil	3p
c)	Pentru $m=1$ și $(x_0,y_0,z_0)\in\mathbb{R}^3 \Rightarrow \begin{cases}x_0+y_0+2z_0=1\\ x_0+y_0+3z_0=1\\ x_0+y_0+4z_0=1\end{cases}$, de unde $z_0=1$	2p
	Prin rezolvarea sistemului $\begin{cases}x_0+y_0+4z_0=1\\ x_0-y_0+5z_0=5\end{cases}$ se obține $x_0=3$ și $y_0=-2$	3p
2.a)	$x\circ y=5xy+6x+6y+\frac{36}{5}-\frac{6}{5}=5\left(xy+\frac{6x}{5}+\frac{6y}{5}+\frac{36}{25}\right)-\frac{6}{5}=$	2p
	$=5\left[x\left(y+\frac{6}{5}\right)+\frac{6}{5}\left(y+\frac{6}{5}\right)\right]-\frac{6}{5}=5\left(x+\frac{6}{5}\right)\left(y+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	3p
b)	$(x\circ y)\circ z=\left[5\left(x+\frac{6}{5}\right)\left(y+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}\right]\circ z=5\left[5\left(x+\frac{6}{5}\right)\left(y+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}+\frac{6}{5}\right]\left(z+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}=$ $=25\left(x+\frac{6}{5}\right)\left(y+\frac{6}{5}\right)\left(z+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	2p
	$x\circ(y\circ z)=x\circ\left[5\left(y+\frac{6}{5}\right)\left(z+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}\right]=5\left(x+\frac{6}{5}\right)\left[5\left(y+\frac{6}{5}\right)\left(z+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}+\frac{6}{5}\right]-\frac{6}{5}=$ $=25\left(x+\frac{6}{5}\right)\left(y+\frac{6}{5}\right)\left(z+\frac{6}{5}\right)-\frac{6}{5}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$, deci legea de compoziție „$\circ$” este asociativă	3p
c)	$x\circ x=5\left(x+\frac{6}{5}\right)^2-\frac{6}{5}, x\in\mathbb{R}$ Legea de compoziţie „$\circ$” fiind asociativă conform punctului b), avem $x\circ x\circ x=25\left(x+\frac{6}{5}\right)^3-\frac{6}{5}, x\in\mathbb{R}$	3p

	$25\left(x+\frac{6}{5}\right)^3-\frac{6}{5}=-1 \Leftrightarrow 25\left(x+\frac{6}{5}\right)^3=\frac{1}{5} \Leftrightarrow \left(x+\frac{6}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$, de unde $x=-1\in\mathbb{Z}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

a)	$x=-2$ și $x=6$ puncte de extrem ale funcției $\Rightarrow f'(-2)=0$ și $f'(6)=0$ $f'(x)=\dfrac{bx^2-4x-2a}{(bx-2)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{2}{b}\right\}$ $f'(-2)=0 \Leftrightarrow 4b+8-2a=0$ $f'(-6)=0 \Leftrightarrow 36b-24-2a=0$ De unde se obține că $a=6$ și $b=1$	**2p** **3p**
b)	Pentru $a=6$ și $b=1$ se obține $f(x)=\dfrac{x^2+6x}{x-2}, x\in R-\{2\}$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, deci funcția *f* nu are asimptotă orizontală spre $-\infty$ $m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+6x}{x^2-2x}=1,\ n=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^2+6x}{x-2}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{8x}{x-2}=8$ deci $y=mx+n \Leftrightarrow y=x+8$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției *f*	**2p** **3p**
c)	Pentru $a=6$ și $b=1$ se obține $f'(x)=\dfrac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}$, pentru orice $x\in R-\{2\}$ $f'(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(-\infty,-2] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,-2]$ $f'(x)\leq 0$ pentru orice $x\in[-2,6]-\{2\} \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-2,6]-\{2\} \Rightarrow$ $f(-2)=2 \Rightarrow f(x)\leq 2$ pentru orice $x\in(-\infty,2)$	**2p** **3p**
2.a)	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\left(3x^2-2x+1\right)=1,\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(e^{2x+\ln(x+1)}\right)=1,\ f(0)=1$, de unde se obține că funcția *f* este continuă în $x=1$ Cum funcția *f* este continuă pe $[-2,4]-\{0\}$, se obține că *f* este continuă pe $[-2,4]$, deci *f* admite primitive pe $[-2,4]$	**3p** **2p**
b)	$g(x)=3x^2-2x+1, x\in[-2,0)$, deci $G(x)=\int g(x)dx=x^3-x^2+x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ $G(-1)=-2 \Rightarrow -3+c=-2 \Leftrightarrow c=1$. Deci $G(x)=x^3-x^2+x+1$	**2p** **3p**
c)	Cum $F:[0,4]\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției *f*, deci $F''(x)=e^{2x}(2x+3), x\in[0,4]$ $F''(x)>0$ pentru orice $x\in[0,4]$, deci funcía *F* este convexă pe $[0,4]$	**3p** **2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro